Coeficientul de zvelteţe şi stabilitatea individuală a arborilor de molid

Francisc Grudnicki

1. Coeficientul de zvelteţe, factor de stabilitate

1.1. Stabilitatea molizilor

Arborii, în timpul existenţei lor, sunt supuşi în permanenţă acţiunilor mecanice, de care depinde stabilitatea lor mecanică şi implicit, stabilitatea biologică. Greutatea proprie, masele de aer în mişcare cu sau fără precipitaţii solicită arborii, în special la încovoiere şi compresiune.

Intensitatea acestor forţe, corelate cu alţi factori specifici, afectează stabilitatea molizilor, aşa cum este prezentat în figura 1.

1.2. Coeficienţii de zvelteţe

Coeficienţii de zvelteţe (subţirime), exprimă distribuţia în spaţiu a biomasei fusului. Se cunosc două tipuri de coeficienţi de zvelteţe: dendrometric şi mecanic.

Expresia matematică a coeficientului de zvelteţe dendrometric λ_d este raportul dintre înălţimea fusului h (m) şi diametrul de bază d (cm):

$$\lambda_d = \frac{h}{d} \ (\text{m}\cdot\text{cm}^{-1}) \qquad (1.1)$$

Acest coeficient dimensional, transfor-

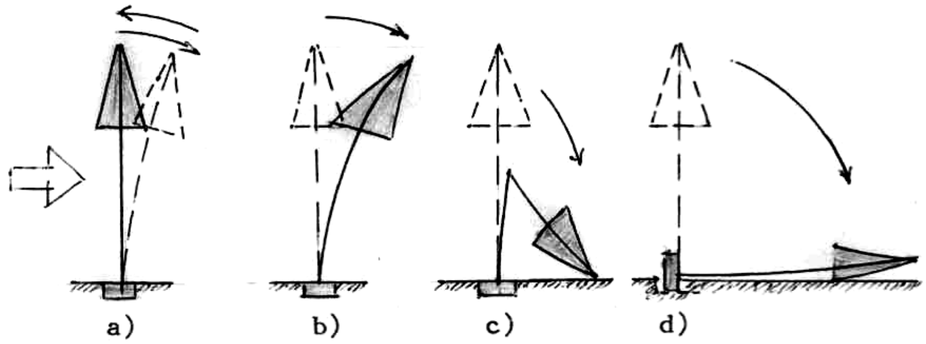

Fig. 1.1. Forme de instabilitate a molizilor: (a) **î**ncovoierea şi flambajul elastic al fusului, caz în care fusul îşi revine la poziţia verticală iniţială, (b) încovoierea şi flambajul plastic al fusului, caz în care fusul rămâne deformat, (c) ruperea fusului şi (d) răsturnarea molidului prin dezrădăcinare

mat în coeficient de zvelteţe adimensional λ este:

$$\lambda = \frac{h(m)}{d(m)} = 100\lambda_d \quad (1.2)$$

Coeficientul de zvelteţe mecanic λ_m este raportul dintre lungimea de flambaj l_f (m) a fusului şi raza de giraţie i (m) a secţiunii transversale:

$$\lambda_m = \frac{l_f}{i} \quad (1.3)$$

Pentru o bară de lungime h, încastrată la o extremitate şi liberă la cealaltă extremitate, lungimea de flambaj este:

$$l_f = \mu h \quad (1.4)$$

unde: μ - coeficient care depinde de forma barei şi de modul de încărcare a acesteia.

Raza de giraţie este rădăcina pătrată a raportului dintre momentul de inerţie axial I (m^4) şi aria A (m^2) a secţiunii transversale. Pentru o secţiu-ne circulară de diametru d raza de giraţie este:

$$i = \frac{d}{4}\,(\mathrm{m}) \quad (1.5)$$

aşa încât:

$$\lambda_m = 4\mu\frac{h}{d} = 4\mu\lambda = 400\mu\lambda_d \quad (1.6)$$

1.3. Variabilitatea coeficientului de zvelteţe

Din relaţiile (1.1), (1.2) şi (1.6) rezultă în mod evident că mărimile coeficienţilor de zvelteţe sunt în funcţie de mărimile lui h şi d. Aceste mărimi depind însă, la rândul lor, de ritmul lor de creştere, respectiv de clasa de producţie a arboretelor, de vârstă etc. Un prim exemplu de variabilitate a coeficientului de zvelteţe dendrometric este redat în tabelul 1, în care valorile medii ale acestui coeficient, în funcţie de clasa de producţie şi de vârstă, au ca bază de calcul înălţimile şi diametrele din tabelele de producţie.

Un al doilea exemplu de variabilitate, în funcţie de diametrul de bază, este redat de graficul din figura 1.2, ca urmare a măsurătorilor efectuate în U.P. IV, u.a. 74C din Ocolul silvic Coşna, D.S. Suceava, prin aplicarea ecuaţiei de regresie (Horodnic, 1999):

$$y = \frac{1}{x}\left[12{,}718\ln(x) - 13{,}357\right] \quad (1.7)$$

unde: $y = \lambda_d$ şi $x = d$.

Arboretul din u.a. 74 C avea vârsta de 70 de ani, clasa a 2-a de producţie, consistenţa 0,7, elagajul 0,5, diametrul mediu 28,0 cm şi înălţimea medie 27,5 m, deci un coeficient de zvelteţe mediu de 0,982 $m \cdot cm^{-1}$.

Din exemplele expuse, rezultă următoarele: (i) coeficientul de zvelteţe descreşte cu creşterea vârstei, clasa de producţie şi cu diametrul de bază; (ii) coeficientul de zvelteţe este maxim la vârsta de 20-25 ani; (iii) molizii din clasa I-a de producţie sunt cei mai zvelţi; (iv) diferenţa dintre valoarea maximă şi cea minimă este cea mai mare la clasa I-a de producţie şi cea mai mică la molizii din arboretele din clasa a V-a de producţie.

2. Modelul matematic al molidului

2.1. Modelul fusului

Ca model matematic, pentru fusul molidului se iau în considerare trei forme

Tabelul 1. Valorile medii ale coeficientului de zvelteţe din tabelele de producţie

Clasa de producţie	Vârsta (ani) 20	40	60	80	100	120
I	1,154	1.080	0,993	0.918	0,874	0,797
II	1,088	I,048	0,963	0,930	0,830	0,787
III	1,026	1,006	0,956	0,874	0,817	0,774
IV	0,960	0,952	0,909	0,845	0,782	0,741
V	0,870	0,863	0,861	0,797	0,744	0.704

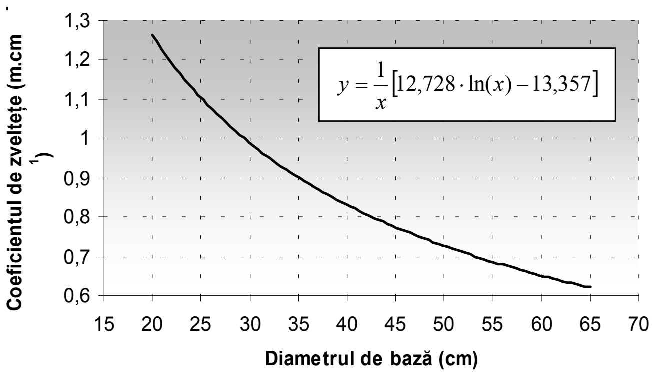

Fig. 1.2. Variaţia coeficientului de zvelteţe în funcţie de diametrul de bază

cunoscute: cilindrul - ca formă de referinţă, paraboloidul apolonic şi conul (fig. 2a).

Considerăm un fus de volum *V,* înălţime *h* şi diametrele de bază aferente celor trei forme d_1, d_2 *şi* d_3. Volumele şi diametrele acestor trei forme sunt prezentate în continuare (relaţiile 2.1). Astfel,

- pentru cilindru:

$$V = \frac{\pi}{4} d_1^2 h \qquad d_1 = 2\sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

- pentru paraboloid:

$$V = \frac{\pi}{8} d_2^2 h \quad d_2 = 2\sqrt{\frac{2V}{\pi h}} = d_1\sqrt{2}$$

- pentru con:

$$V = \frac{\pi}{8} d_3^2 h \qquad d_3 = 2\sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = d_1\sqrt{3}$$

Din relaţiile (2.1) rezultă că:

$$d_1 < d_2 < d_3 \qquad (2.2)$$

însă

$$\lambda_1 = \frac{h}{d_1}; \lambda_2 = \frac{h}{d_2} = \frac{\lambda_1}{\sqrt{2}}; \lambda_3 = \frac{h}{d_3} = \frac{\lambda_1}{\sqrt{3}} \qquad (2.3)$$

Rezultă că:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 \qquad (2.4),$$

adică cilindrul este mai zvelt decât paraboloidul şi conul.

Din punctul de vedere al coeficientului de formă, la fusul molidului acesta variază

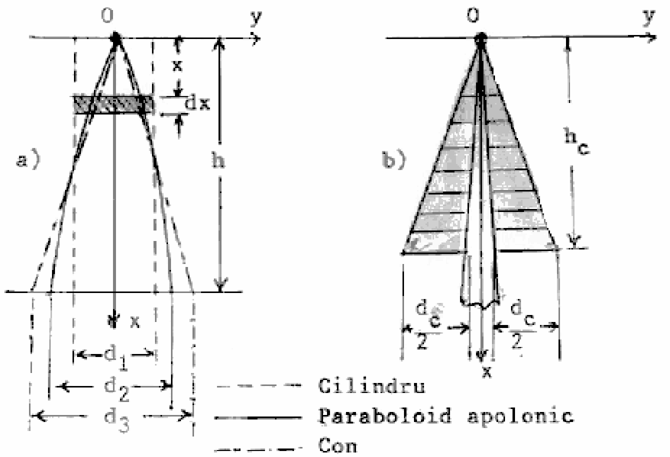

Fig. 2.1. Variația coeficientului de zveltețe funcție de diametrul de bază

între 0,580 la arborii tineri şi 0,325 la cei bătrâni (Leahu, 1994).

Cum însă coeficientul de formă al paraboloidului este 0,500, iar al conului 0,333, iar din punct de vedere biomecanic sunt cvasiforme de egală rezistență la încovoiere şi compresiune, adoptarea lor ca modele pentru fusul molidului este justificată.

Ecuațiile curbelor de contur pentru aceste două forme sunt:

- pentru paraboloidul apolonic

$$y^2 = px = \frac{d_2^2}{h}x = \frac{8V}{\pi h^2}x \qquad (2.5)$$

- pentru con

$$y^2 = px^2 = \frac{d_2^2}{h^2}x^2 = \frac{12V}{\pi h^3}x^2 \qquad (2.6)$$

2.2. Modelul coronamentului

Pentru coronament, modelul matematic este un con echivalent compact, de înălțime h_c, diametru d_c şi volum V_c (fig. 2.1b). Având în vedere proporțiile volumelor fusului cu coajă şi al crăcilor, față de volumul suprateran, rezultă că volumul crăcilor este de aproximativ 10 % din volumul fusului, adică $V_c = 0,1V$, volum con-centrat în conul de înălțime $h_c = 0,1h$.

În acest caz, diametrul conului d_c este:

$$d_c = 2\sqrt{\frac{3V_c}{\pi h_c}} = 2\sqrt{\frac{0,3V}{0,1h}} = d_1\sqrt{3} \qquad (2.7)$$

3. Sarcinile care solicită molidul

3.1. Forțele active

3.1.1. Greutatea molidului

Greutatea totală a molidului G_t, este formată din greutatea fusului G_f, greutatea coronamentului G_c şi G_r, care este greutatea cioatei plus a sistemului radicelar (rădăcinile + solul aferent) (fig. 3.1):

$$G_t = G_f + G_c + G_r \qquad (3.1)$$

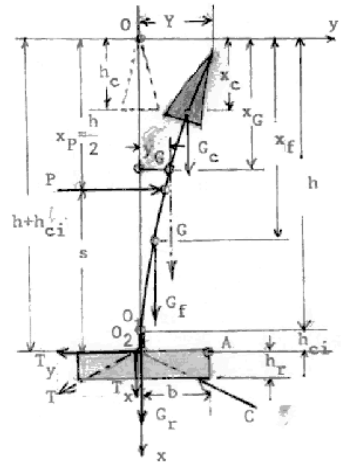

Fig. 3.1. Sarcinile care solicită molidul

Deoarece greutatea specifică a crăcilor este dublă faţă de cea a fusului, adică $\gamma_c = 2\gamma$, iar $V_c=0,1V$, rezultă că greutatea fusului plus a coronamentului G, este:

$$G = G_f + G_c = 1.2\gamma V = 0,3\pi\gamma d_1^2 h \quad (3.2)$$

$$G_f = \gamma \frac{\pi}{4} d_1^2 ; G_c = \gamma \frac{\pi}{20} d_1^2 h \quad (3.3)$$

şi $x_f = h/2$ pentru cilindru, $x_f = 2h/3$ pentru paraboloid şi con, iar pentru coronament $x_c = 2h/30$.

Punctul de aplicaţie al forţei G, conform teoremei momentelor este:

$$x_G = \frac{G_f x_f + G_c x_c}{G} \quad (3.4)$$

Din relaţia (3.4) rezultă pentru cilindru $x_G = 0,428h$, iar pentru paraboloid şi con $x_G = 0,567h$.

3.1.2. Forţa de presiune a vântului

Presiunea dinamică a vântului într-un punct este:

$$p = \frac{1}{2}\rho C v^2 \quad (3.5)$$

unde: ρ - densitatea aerului, care depinde de gradul de încărcare a atmosferei cu precipitaţii, alte particule etc.; C - coeficient care depinde de forma corpului care în cazul formelor adoptate are valoarea C - $1,0$; v - viteza vântului, care creşte cu înălţimea arborelui.

De exemplu, dacă la înălţimea de 10 m de la sol presiunea vântului este de 500 Nm^{-2}, la înălţimea de 40 m este de 740 Nm^{-2}, creşterea fiind aproape liniară.

Având în vedere că suprafaţa de contact a fusului şi coronamentului descreşte cu înălţimea, în timp ce viteza creşte cu înălţimea, în calculul presiunii şi al forţelor de presiune se adoptă o viteză medie constantă pe toată înălţimea.

În acest context, forţa elementară de presiune $dP(x)$ este $dP(x) = pdA(x)$ (fig. 2.1a),

unde: $dA = \frac{1}{2}\pi\, d(x)dx \quad (3.6)$

deci:

$$dP(x) = \frac{1}{2}\pi p d(x)dx = ad(x)dx \quad (3.7)$$

unde: $a = \frac{1}{2}\pi p = \frac{1}{4}\pi\rho v^2 \quad (3.8)$

Rezultanta forţelor de presiune a vântului P este:

$$P = a\int_A d(x)dx \quad (3.9)$$

Rezultantele forțelor de presiune a vântului P_i (i = 1-3), pentru cele trei forme ale fusului şi coronamentului sunt:

- pentru cilindru:

$$P_1 = ad_1h = ad_1^2\lambda_1$$

- pentru paraboloid:

$$P_2 = \frac{1}{3}ad_2h = \frac{\sqrt{2}}{3}ad_1h = \\ = \frac{\sqrt{2}}{3}ad_1^2\lambda_1 = 0{,}47P_1 \quad (3.10)$$

- pentru con:

$$P_3 = \frac{1}{4}ad_3h = \frac{\sqrt{3}}{4}ad_1h \\ = \frac{\sqrt{3}}{4}ad_1^2\lambda_1 = 0{,}43P_1$$

Centrul de presiune al acestor rezultante este: $x_f = \frac{h}{2} = 0{,}5h$.

Se observă că $P_1 > P_2 > P_3$, adică forma cilindrică este solicitată mai mult decât cea parabolică şi conică, care sunt foarte apropiate.

Rezultanta forțelor de presiune pe coronament este:

$$P_c = \frac{1}{4}ad_ch_c = \frac{\sqrt{3}}{40}ad_1h \\ = \frac{\sqrt{3}}{40}ad_1\lambda_1 = 0{,}043P_1 \quad (3.11)$$

având centrul de presiune la $x_c = 0{,}5h_c =$ 0,05h.

3.2. Forțele de legătură (pasive)

Sistemul radicelar al arborilor forestieri poate fi asimilat cu o fundație, având o structură foarte complexă, formată din biomasa rădăcinilor şi solul aferent. În acest sistem, rădăcinile formează o rețea complexă de armare a terenului şi de ancorare în acesta.

Lungimea rețelei rădăcinilor creşte cu vârsta. Astfel, la un molid cu diametrul de bază de 8 cm, lungimea rețelei (fără lungimea ramificațiilor firelor radicelare este de 4200 m, iar la un diametru de bată de 40 cm este de 33.500 m.

Conform principiului acțiunii şi reacțiunii, sub efectul forțelor active, sistemul radicelar este solicitat la tracțiune şi compresiune. Astfel, forțele de legătură sunt reprezentate de: rezultanta T a forțelor elementare de tracțiune, care reprezintă capacitatea de ancorare a sistemului radicelar în terenul aferent, rezultanta C a forțelor elementare de compresiune ale sistemului radicelar şi terenul aferent (fig. 3.1).

Cunoscându-se solicitările mecanice, este foarte importantă cunoaşterea comportamentului molizilor în funcție de forma şi coeficientul de zveltețe al fusului.

4. Încovoierea fusului

4.1. Deformația fusului

Sub acțiunea vântului, axa fusului se deformează. Fusul se consideră încastrat la nivelul cioatei, fiind solicitat la o sarcină echivalentă uniform distribuită:

- pentru fus pe înălțimea h (fig. 4.1a):

$$q_i = \frac{P_i}{h} \quad (i = 1\text{-}3) \quad (4.1)$$

pentru coronament pe înălțimea h_c

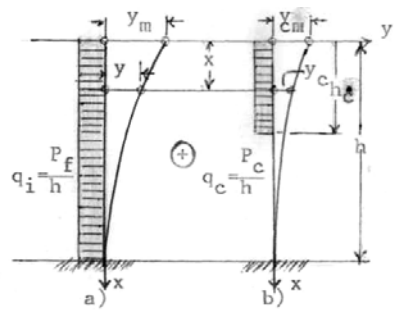

Fig. 4.1. Axa deformată a fusului.

(fig. 4.1b):

$$q_c = \frac{P_c}{h_c} \qquad (4.2)$$

Având în vedere relațiile (3.10), (3.11), (4.1) şi (4.2) se obține, pentru cele trei forme ale fusului, intensitatea sarcinii echivalente uniform distribuite q_i:

$$q_1 = ad_1; \quad q_2 = \frac{\sqrt{2}}{3} q_1 = 0{,}47 q_1;$$

$$q_3 = \frac{\sqrt{3}}{4} q_1 = 0{,}43 q_1; \; q_c = 0{,}043 q_1 \qquad (4.3)$$

din care rezultă că $q_1 > q_2 > q_3$.

Aplicând ecuația diferențială a axei deformate a fusului:

$$EI(x)y'' = -M(x) \qquad (4.4)$$

unde: E - modulul de elasticitate longitudinală a fusului; $I(x)$ - momentul de inerție axial geometric al secțiunii (x), care este variabil la paraboloid,

$I(x) = I\dfrac{x}{h^2}$, în timp ce la con

$I(x) = I\dfrac{x}{h}$,

unde: I - momentul de inerție a secțiunii de bază; $M(x)$ - momentul de încovoiere în secțiunea (x);

Se obțin următoarele ecuații ale axei deformate a fusului, pentru cazul din figura (4.1.a), cât şi săgeata maximă y_m de la vârf:

- pentru cilindru:

$$y_1 = \frac{32 q_1}{\pi E d_1^4}\left(\frac{x^4}{12} - \frac{h^3}{3}x + \frac{h^4}{4}\right)$$

$$y_{1m} = \frac{8 q_1}{\pi E}\lambda_1^4 = 8K_S \qquad (4.5)$$

- pentru paraboloid:

$$y_2 = \frac{32 q_2 h^2}{\pi E d_2^4}\left(\frac{x^2}{2} - hx + \frac{h^2}{2}\right);$$

$$y_{2m} = \frac{16 q_2}{\pi E}\lambda_2^4 = \frac{4\sqrt{2}}{3}\frac{q_1}{\pi E}\lambda_1^4 = 1{,}886 K_S \qquad (4.6)$$

- pentru con:

$$y_3 = \frac{32 q_3 h}{\pi E d_3^4}\left(\frac{x^3}{6} - \frac{h^2}{2}x + \frac{h^3}{3}\right);$$

$$y_3 = \frac{32 q_3}{\pi E}\lambda_3^4 = \frac{8\sqrt{3}}{9}\frac{q_1}{\pi E}\lambda_1^4 = 1{,}540 K \qquad (4.7)$$

Rezultă că: $y_{1m} > y_{2m} > y_{3m}$ (4.8)

unde:

$$K_s = \frac{q_1 \lambda_1^4}{\pi E} \qquad (4.9)$$

Ecuația axei deformate a fusului pentru cazul din figura (4.1b) şi săgeata maximă aferentă, este:

$$y_{ci} = \frac{32q_c h_c}{\pi \cdot Ed_i^4}\{\frac{x^3}{3} - (h - \frac{h_c}{2})^2 + \frac{2h^3}{3} - $$
$$- \frac{hh_c}{4}(4h - h_c)\} = \frac{32q_c h_c}{\pi \cdot Ed_i^4} f_c\{x\}$$

cu i = 1-3 (4.8)

unde $y_{c1m} = 0{,}0789K_s$; $y_{c2m} = 0{,}0195K_s$; $y_{c3m} = 0{,}0087K_s$ (4.10)

Suprapunând efectele celor două solicitări ($Y_i = y_{im} + y_{cim}$), săgeata maximă totală Y_i este: $Y_1 = 8{,}078K_s$ (cilindru), $Y_2 = 1{,}906K_s$ (paraboloid) şi $Y_3 = 1{,}549K_s$ (con) relaţia (4.11)

aşa încât: $Y_1 > Y_2 > Y_3$ (4.12)

Din cele expuse, deformaţia maximă a fusului este dată de relaţia generală:

$$Y = k\frac{q}{E}\lambda^4 = K\lambda^4 \div K = k\frac{q}{E} \quad (4.13)$$

Reprezentând grafic relaţia (4.12) şi având în vedere variaţia coeficientului de zvelteţe în funcţie de vârstă şi clasa de producţie, rezultă următoarele:

(i) deformaţia maximă a fusului creşte liniar cu intensitatea vântului q şi cu coeficientul de zvelteţe λ la puterea a patra;

(ii) la o viteză a vântului dată, la arborii tineri forţa de presiune este mai mică decât la arborii în vârstă, în schimb coeficientul de zvelteţe este mai mare la cei tineri şi mai mic la cei în vârstă, ceea ce înseamnă că molizii prin forma lor naturală, îşi asigură stabilitatea;

(iii) deformaţia fusului la încovoiere este maximă în general la molizii de 25 ani din clasa 1-a de producţie şi minimă la cei de 120 ani, din clasa a 5-a de producţie;

(iv) forma cilindrică a fusului se deformează mult, în comparaţie cu fusul în formă de paraboloid şi con, ale căror deformaţii sunt foarte apropiate, ceea ce demonstrează încă odată, că natura îşi creează forme optime la solicitările mecanice;

(v) mărimea deformaţiei variază invers proporţional cu mărimea modulului de elasticitate longitudinală E. Acesta depinde însă de specie, greutatea specifică aparentă, umiditate, temperatură, direcţia solicitării în

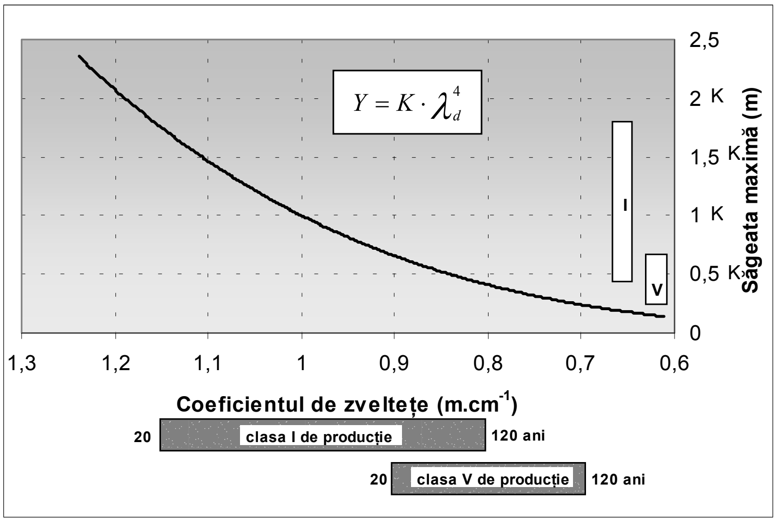

Fig. 4.2. Variaţia deformaţiei maxime

raport cu fibrele, lemnului timpuriu-târziu, defecte, etc. Modulul E creşte cu greutatea specifică, caz în care deformaţia scade, dar acelaşi modul scade cu creşterea umidităţii, caz în care deformaţia creşte. Lemnul târziu are modul mai mare ca lemnul timpuriu.

4.2. Încovoierea fusului în domeniul elastic şi plastic

Formula lui Navier:

$$\sigma = \frac{M}{w} \qquad (4.14)$$

redă relaţiile dintre solicitări şi tensiunile axiale, unde: σ - efortul unitar axial;

$M = \frac{1}{2}qh^2$ - momentul maxim de încovoiere;

$w = \frac{\pi d^3}{32}$ - modulul de elasticitate axial, aşa încât relaţia (4.14) devine:

$$\sigma = \frac{16qh^2}{\pi d^3}.\frac{h}{h} = \frac{16q}{\pi h}\lambda^3 \text{, de unde}$$

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{\pi h}{16q}\sigma} \qquad (4.15)$$

Pentru $\sigma < \sigma_p$ = limita de plasticitate, deformaţia fusului este elastică.

Pentru $\sigma \geq \sigma_p$, deformaţia fusului este plastică (permanentă) (fig. 4.3), caz în care coeficientul de zvelteţe devine coeficient de zvelteţe critic la încovoiere $\lambda_{crî}$

$$\lambda_{crî} = \sqrt[3]{\frac{\pi h}{16q}\sigma_p} \qquad (4.16)$$

Fusul rămâne permanent deformat, cu săgeata maximă critică Y_{cri}:

Fig. 4.3. Încovoiere plastică

$$Y_{cr} = k\frac{q}{E}\lambda_{cri}^4 \qquad (4.17)$$

Ruperea fusului se produce în orice secțiune transversală în care:

$$\sigma_{efectiv} \geq \sigma_{rupere}$$

5. Flambajul fusului

5.1. Sarcina critică de flambaj

Fusul molidului, pe lângă greutatea proprie şi a coronamentului este solicitat adesea, în plus, şi de greutatea precipitațiilor, sub diverse forme, particule, etc., caz în care sub acțiunea acestor solicitări poate să flambeze şi chiar să cedeze la rupere.

Greutatea totală la care poate flamba fusul (fig. 5.1), în care este inclusă şi greutatea precipitațiilor, este dată de sarcina critică de flambaj şi este formată din:

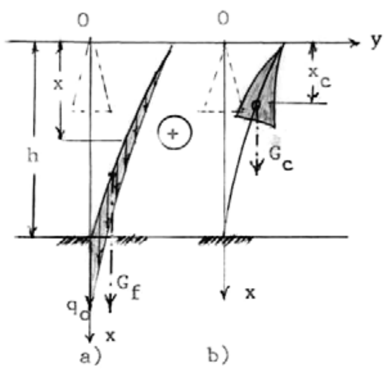

Fig. 5.1. Sarcinile la flambaj

- greutatea proprie a fusului G_f ca rezultantă a sarcinii continue distribuită liniar de la bază la vârf (5.1a):

$$q_x = q_0\frac{x}{h};\ G_f = \frac{1}{2}q_0 h$$

de unde: $$q_0 = \frac{2G_f}{h} \qquad (5.1)$$

- greutatea coronamentului G_c ca sarcină concentrată în centrul de greutate al coronamentului (fig. 5.1b):

$$G_c = 0{,}2G_f \qquad (5.2)$$

Se cunoaşte că sarcina critică la flambaj este dată de relația:

$$G_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2} \qquad (5.3)$$

unde: l_f - lungimea de flambaj, care în cazul încastrării la o extremitate şi a sarcinilor din figura (5.1) este:

$l_f = 0{,}782h$ pentru G_f şi

$l_f = 2(h - x_c) = 1{,}867h$ pentru G_c (5.4)

Pentru forma cilindrică a fusului de volum V, înălțime h şi diametru d_1,, care are coeficientul de zveltețe mai mare decât paraboloidul şi conul, prin suprapunerea efectelor, sarcina critică de flambaj este:

$$G_{1cr} = \frac{\pi^2 EI_1}{(0{,}782h)^2} + \frac{\pi^2 EI_1}{(1{,}867h)^2} =$$

$$= \frac{\pi^2 E}{8}.\frac{\pi d_1^2}{4}.\frac{d_1^2}{h^2} = \frac{\pi^2 E}{8}.\frac{A_1}{\lambda_1^2}$$

(5.5)

$$G_{cr} = k_f\frac{EA}{\lambda^2} = \frac{K_1}{\lambda^2};\ K_f = k_f EA \qquad (5.6)$$

de unde coeficientul de zveltețe critic la flambaj,

$$\lambda_{1cr} = \pi\sqrt{\frac{EA_1}{8G_{1cr}}} \tag{5.7}$$

Pentru cazul în care secţiunea este variabilă, sarcina critică de flambaj este:

$$G_{cr} = \varphi\frac{\pi^2 EI}{l_f^2} \tag{5.8}$$

unde φ - coeficient adimensional, funcţie de variaţia secţiunii în lungul axe.

Avem următoarele sarcini critice de flambaj:

- pentru paraboloid:

$$G_{2cr} = \varphi_2\frac{\pi^2 E}{4}.\frac{A_2}{\lambda_1^2}$$

- pentru con:

$$G_{3cr} = \varphi_3\frac{3\pi^2 E}{8}.\frac{A_3}{\lambda_1^2} \tag{5.9}$$

Însă $\varphi > 1$, iar $A_3 > A_2 > A_1$, aşa încât

$$G_{3cr} > G_{2cr} > G_{1cr}. \tag{5.10}$$

Rezultă deci, că pentru un fus de volum V şi înălţime h, forma conică preia sarcina critică de flambaj cea mai mare.

Din relaţiile 5.5, 5.6 rezultă că sarcina critică flambaj creşte cu scăderea coeficientului de zvelteţe, la puterea a doua (fig. 5.2).

5.2. Flambajul în domeniul elastic şi plastic

Flambajul în domeniul elastic, are loc când:

$$\sigma_f = \frac{G_{1cr}}{A_1} = \frac{\pi^2}{8}.\frac{E}{\lambda_{1cr}^2} \le \sigma_p \tag{5.11}$$

$$\lambda_{2crf} = \pi\sqrt{\frac{\varphi_2 E}{4\sigma_p}}$$

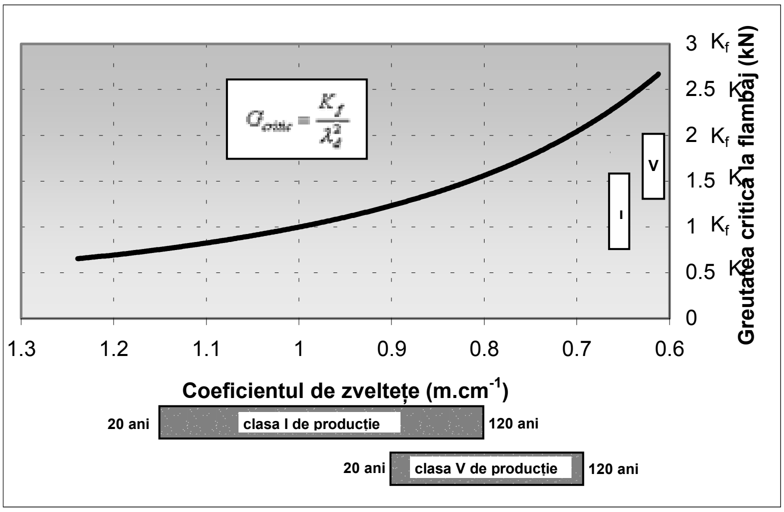

Fig. 5.2. Variaţia sarcinii critice de flambaj funcţie de λ

adică:

$$\lambda_{1crf} = \pi\sqrt{\frac{E}{8\sigma_p}}\ ;\ \lambda_{3crf} = \pi\sqrt{\frac{3\varphi_3 E}{8\sigma_p}} \tag{5.12}$$

Peste această limită, fusul molidului rămâne deformat în domeniul plastic care în cazul că este depăşit, evident că se va rupe.

6. Stabilitatea molizilor la răsturnare (dezrădăcinare)

6.1. Săgeata centrului de greutate a greutăţii *G*

Săgeata centrului de greutate a forţei G rezultă din relaţiile 4.5-4.8, în care se înlocuieşte x cu $x_G = \alpha h\ (0 < \alpha < 1)$. Pentru cilindru, $\alpha = 0,476h$, iar pentru paraboloid şi con, $\alpha = 0,567h$, astfel încât:

$$\begin{aligned} y_{1G} &= 3,040\frac{q_1\lambda_1^4}{\pi E} \\ y_{2G} &= 0,335\frac{q_1\lambda_1^4}{\pi E} \\ y_{3G} &= 0,116\frac{q_1\lambda_1^4}{\pi E} \end{aligned} \tag{6.1}$$

6.2. Stabilitatea la răsturnare

Având în vedere schema de sarcini la care este supus molidul (forţe active şi forţe pasive), condiţiile de stabilitate la răsturnare (dezrădăcinare) sunt:

- momentul de stabilitate M_s (al forţelor stabilizatoare în raport cu punctul A,) să fie mai mare ca momentul de răsturnare M_r (al forţelor destabilizatoare în raport cu punctul A);

$$M_s \geq M_r \tag{6.2}$$

- capacitatea de ancorare a sistemului radicelar T să fie mai mică decât cea de rupere T_r şi mai mare ca zero:

$$0 \leq T \leq T_r \tag{6.3}$$

În momentul în care $M_s = M_r$ şi $T = 0$, rezultanta C din sistemul radicelar are punctul de aplicaţie în A, care devine o articulaţie ancorată, pe timpul mişcării de răsturnare.

În funcţie de mărimea săgeţii y_G, distingem trei situaţii în mişcarea de răsturnare:

1) Când $y_G < b$

$$\begin{aligned} &M_s = G(b - y_G) + (T_x + G_r)b, \\ &M_r = Ps \end{aligned} \tag{6.4}$$

Forţa G este o forţă stabilizatoare.

2) Când $y_G = b$:

$$\begin{aligned} &M_s = (T_x + G_r)b \\ &M_r = Ps \end{aligned} \tag{6.5}$$

Momentul forţei G este nul.

3) Când $y_G > b$

$$\begin{aligned} &M_s = (T_x + G_r)b \\ &M_r = Ps + G(y_G - b) \end{aligned} \tag{6.6}$$

Forţa G este o forţă destabilizatoare.

În relaţiile 6.4-6.5, s este braţul de pârghie al rezultantei P, adică:

$s = h - x_P + h_{cioată}$.

Relaţiile (6.1) au expresia generală:

$$y_G = K_i\lambda_i^4 \tag{6.7}$$

Când $y_G = b$, coeficientul de zvelteţe devine critic:

$$\lambda_{icr} = \sqrt[4]{\frac{b}{K_i}} \tag{6.8}$$

Forţa G devine forţă destabilizatoare.

Din relaţiile 6,4-6,7 rezultă că M_s şi M_r sunt funcţii liniare de y_G şi, respectiv, de λ_1.

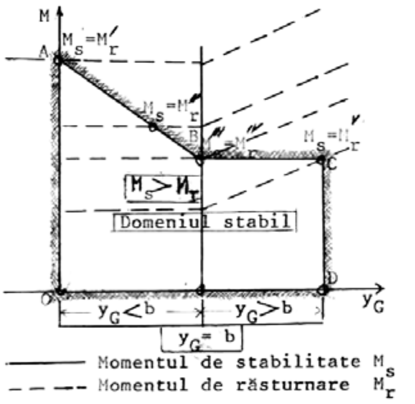

Fig. 6.1. Variaţia lui M_s şi M_r în funcţie de y_G

Rezultă că, în domeniul $y_G < b$, M_s descreşte, iar M_r este constant, în schimb în domeniul $y_G > b$ M_s este constant, iar M_r creşte.

Din figura 6.1 se observă că stabilitatea molidului la răsturnare este asigurată atunci când mărimile M_s *şi* M_r se află în interiorul domeniului OABCD.

Bibliografie

Danciu, M., Parascan,D., 2003. Botanică forestieră, Editura „Pentru Viaţă”, Braşov.

Giurgiu, V., et.al., 1972. Biometria arborilor şi arboretelor din România. Editura Ceres, Bucureşti.

Giurgiu, V., Decei, I., 1997. Biometria arborilor din România, Editura Snagov, Bucureşti.

Grudnicki, F., 2003. Bazele stabilităţii arborilor forestieri. Editura Universităţii “Ştefan cel Mare” Suceava.

Horodnic, S., 1999. Cercetări privind structura arboretelor echiene de molid în raport cu densitatea lemnului. Teză de doctorat, Universitatea “Ştefan cel Mare”, Suceava.

Leahu, I., 1994. Dendrometrie. Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti.

Redlov, T., 1969. Curs general de rezistenţa materialelor. Institutul Politehnic Braşov.

Zarojanu, D., 2004. Mecanica pământurilor pentru infrastucturi de instalaţii de transport forestiere. Editura AGIR, Bucureşti.

Autorul. Ing. Francisc Grudnicki activează în calitate de cadru didactic asociat la Universitatea „Ştefan cel Mare” Suceava, Facultatea de Silvicultură. Poate fi contactat prin intermediul redacţiei.