

Structura unor arborete exploatabile din regiunea de munte

Mihail Prodan

Revista "Bucovina Forestieră" și-a făcut deja un titlu de onoare din a-l găzdui în paginile sale pe prof. Mihail Prodan. Bucovinean prin naștere, Profesorul - pentru că sub titulatura cu majusculă se regăsesc toate distincțiile obținute de-a lungul vieții - a reluat colaborarea cu publicațiile românești prin intermediul acesteia, așa cum odinioară debutul său, în plan științific, se producea tot într-o revistă românească.

După publicarea unor articole legate de activitatea sa științifică, unele dintre ele inedite, în numărul dedicat special în anul 1998, în acest număr se republică una din primele lucrări semnate de Mihail Prodan, în revista "Viața forestieră", nr. 5-6 din 1940. Prin această intenție a redacției se aduce, încă o dată, un omagiu uneia dintre adevăratele valori și personalități ale silviculturii românești, oferindu-se celor interesați pagini de dendrometrie și silvicultură la un nivel care, pentru perioada în care au fost publicate, pot fi considerate similare cu cercetări de profil din străinătate.

Aceste pagini reflectă numai parțial potențialul ing. Mihail Prodan, confirmat apoi de prestigioasa carieră care a urmat. Ne reamintim, când spunem aceasta, de celebra întâlnire a ing. Mihail Prodan cu prof. Rohrl de la Facultatea de Silvicultură a Universității din Freiburg, când acesta din urmă ar fi exclamat: "Dumneata ești omul meu!"

[Notă: articolul respectă formulările și ortografia originale, editorul incluzând doar unele adnotări necesare înțelegerii textului (referințele la tabele, figuri), traduceri ale acestora și rezumatul în limba engleză.]

1. Introducere

1. Studiul de față se referă la compoziția și structura arboretelor exploatabile din ocolul silvic Ostra (actualmente contopit cu ocolul Stulpicani) al Fondului Bisericesc din Bucovina, căutând să stabilească relațiuni între diferite mărimi ce caracterizează un arboret.

Disponând de materialul adunat de secția de amenajare a Fondului Bisericesc, am putut folosi aceste date pentru a arunca o lumină asupra arboretelor exploatabile pure și de amestec intim de molid, fag și brad din regiunea de munte.

Metodele de cercetare sunt cele statistice, întrucât ele ne oferă posibilitatea aflării unor relațiuni precise între diferite elemente ale arboretelor.

2. Cunoașterea structurii arboretelor exploatabile din regiunea de munte este, fără îndoială, importantă, pe de o parte pentru că ne oferă posibilitatea de a găsi diferite relațiuni ce ne interesează, pe de altă parte fiindcă ne dă o imagine asupra tipurilor de arborete din pădurile unde omul nu a avut decât o slabă sau nici un fel de influență în privința compoziției și aspectului, dat fiind că aceste arborete sunt în majoritatea cazurilor cuprinse între 100-200 ani vârstă medie, deci datează de la o epocă în care

omul încă nu a putut influența întru nimic înfățișarea pădurilor din aceste locuri.

Practica amenajării pădurilor Fondului Bisericesc prevede inventarierea completă a tuturor arboretelor care formează posibilitatea pe un deceniu, precum și pe primii doi ani ai deceniului următor, prin cluparea tuturor arborilor peste 14 cm diametru la înălțimea pieptului.

Astfel fiind, toate arboretele din această categorie au fost inventariate (în categorii din 2 în 2 cm) cuprinzând: (i) pe deceniul 1936-1945: 665,06 ha cu 290.750 mc; (ii) pe primii doi ani din deceniul următor: 133,01 ha cu 47.680 m³.

Deci, în total: 798,07 ha, cu 338.430 m³, cu peste 200.000 arbori, constituind deci măsurători destul de mari pentru a se putea încadra între cercetările prin metode statistice.

Deși aceste date au o valoare strict locală, totuși ele ne pot conduce la rezultate valabile pentru arborete de compoziție identică din regiuni similare, pentru care motiv voiu preciza mai întâi caracteristicile generale, atât ale regiunii, cât și ale arboretelor studiate.

2. Caracteristicile arboretelor studiate

3. Ocolul silvic Ostra este situat în județul Câmpulung, în bazinul superior al râului Suha (care se revarsă la Frasin în râul Moldova) și cuprinde o suprafață păduroasă de 10.047 ha, proporția speciilor pe întregul ocol fiind de: molid 0,55; brad 0,23; fag 0,20; rariști și goluri 0,02. Altitudinea variază între 591 m și 1476 m dela nivelul mării.

Clasele de fertilitate (după Feistmantel) se repartizează astfel: cl. IV-a de fertilitate (după Feistmantel) 48,0 %; cl. V-a de fertilitate (după Feistmantel) 41,0 %; cl. VI-a de

fertilitate (după Feistmantel) 7,7 %; cl. VII-a de fertilitate (după Feistmantel) 3,3 %.

Suprafața pădurilor acestui ocol se situează în zona pădurilor de amestec dela munte, arboretele naturale de mo + fag + br în amestec intim fiind cele predominante.

4. Pentru a putea studia arboretele amintite, care cuprind, după cum am amintit, suprafața totală de 798,07 ha, cu un volum lemnos de aproape 350.000 mc, a fost nevoie de o clasificare.

Din cele peste 100 parcele am eliminat pe cele sub consistența 0,7, acestea nereprezentând proporția inițială a amestecului natural, din cauza extragerilor din trecut ale rășinoaselor.

Am grupat parcelele studiate în mai multe categorii, după compoziția arboretelor, iar fiecare grupă s-a studiat după clasele de fertilitate deosebite, conducându-ne după faptul că atât clasa de fertilitate, cât și consistența unui arboret influențează caracteristicile acestuia în mărimea lor.

Caracteristici mai detaliate se vor da la fiecare grup de arborete.

3. Arboretele de amestec de molid cu brad și fag

5. Dau mai jos tabloul arboretelor de amestec intim de molid cu brad și fag (tabelul 1, n. ed.) arboretele cu o consistență inferioară lui 0,7 nefiind luate în considerare; datele au fost luate din amenajamentul ocolului silvic Ostra pe deceniul 1936-1945.

Din tabloul de mai sus (tabelul 1, n. ed.) se vede că avem: la cl. IV de fertilitate 74,87 ha, la cl. V de fertilitate 162,67 ha, la cl. VI de fertilitate 62,51 ha, deci în total 300,05 ha.

6. Din tabloul de mai sus (tabelul 1, n. ed.) se constată că procentul de fag, în arboretele menționate, variază între 20 și

Tabelul 1. Arboretele de amestec de molid cu brad și fag
Mixed stands of Norway spruce (Mo), Silver fir (Br) and Beech (Fa)

Parcela (Stand)	Supr.	Vârsta	Cl. de fertilit.	Consist.	Compoziția (Composition)				Altit. m (Altitude)	Obs.
	ha (Surface)	ani (Age)	(Feistmantel) (Fertility class)		Mo	Br	Fag	div.		
9b pt E	8,58	120-200	IV	0,7	0,3	0,5	0,2	d	900	d = disem.
53b pt E	18,29	120-200	V	0,7	0,2	0,6	0,2	d	900	
50a pt SE	13,26	120-200	IV	0,7	0,2	0,6	0,2	d	950	
93a pt NE	10,96	100-200	V	0,7	0,4	0,3	0,3	d	1100	
95c pt NE	8,93	120-180	V	0,7	0,5	0,2	0,3	d	1100	
134a pt SE	16,91	100-200	VI	0,7	0,3	0,4	0,3	d	950	
111a	15,98	120-160	V	0,7	0,2	0,5	0,3	d	950	
112 pt NV	15,92	100-160	V	0,7	0,3	0,4	0,3	d	1000	
119a pt S	6,72	120-180	V	0,7	0,5	0,2	0,3	d	1000	
114b	1,83	120-200	IV	0,7	0,2	0,4	0,4	d	950	
115a	16,15	100-180	V	0,7	0,2	0,4	0,4	d	900	
116a	31,75	120-180	IV	0,7	0,3	0,5	0,2	d	850	
125d	9,98	100-200	V	0,7	0,2	0,6	0,2	d	950	
122a pt E	19,45	120-180	IV	0,7	0,2	0,6	0,2	d	850	
149b	14,90	100-160	VI	0,7	0,6	0,2	0,2	d	1150	
150b N	30,75	100-180	V	0,7	0,3	0,5	0,2	d	1150	
159c N	15,12	100-140	V	0,7	0,3	0,4	0,3	d	1100	
174b pt E	20,70	120-180	VI	0,7	0,2	0,6	0,2	d	1100	
129a pt SE	11,76	100-180	V	0,7	0,3	0,5	0,2	d	1100	
172c	12,11	100-160	V	0,7	0,3	0,4	0,3	d	1000	

40, iar procentul de rășinoase între 80 și 60. Speciile diseminate (foioase), ca paltin, ulm, plop s-au trecut în tablou la fag, numărul lor fiind cu totul neînsemnat: consistența lor fiind de 0,7, putem considera aceste arborete ca identice din punct de vedere al structurilor, la o primă prelucrare, în fiecare clasă de fertilitate, de unde și considerarea noastră separată pe fiecare clasă de fertilitate, cu atât mai mult cu cât vârsta e aceeași la această primă considerare. Astfel fiind, vom considera fiecare clasă de fertilitate separat, căutând să stabilim relațiuni între diferitele categorii de diametre și numărul arborilor, între diametre și volum și apoi între diametre și suprafața terieră, după care vom căuta să stabilim o relație între diametre și înălțimea medie.

Pentru aceasta, vom da mai întâi un tablou cuprinzând numărul, suprafața terieră și volumul lemnos al fiecărei parcele, după cum urmează (tabelul 2, n. ed.).

Comparând tabloul 2 cu tabloul 1, unde avem date și clasele de fertilitate, se poate vedea că numărul arborilor e un caracter

mai variabil al unui arboret, pe când volumul la hectar și suprafața terieră sunt caractere mai stabile, care caracterizează mai bine un arboret și clasa de fertilitate din care face parte.

Totuși, repartiția numărului arborilor pe clase de diametre ne indică în mod destul de clar structura și forma unui arboret exploatabil, din punct de vedere al dimensiunilor ce ne interesează.

Vom începe, deci, cu studiul repartiției numărului arborilor pe diametre.

7. Numărul arborilor. Repartiția numărului arborilor pe categorii de diametre prezintă mai multe particularități, care se deosebesc întrucâtva după clasele de fertilitate. Vom arăta mai jos în liniile principale metoda statistică de lucru ce am întreprins-o.

Să considerăm astfel parcela 9b pt E, de suprafață 8,58 ha; numărul arborilor pe categorii de diametre se vede din tabloul de mai jos (tabelul 3 n. ed.) compus după datele de inventariere.

Din repartiția numărului pe categorii de

Tabelul 2. Elementele parcelelor studiate, la hectar
Characteristics of the studied stands

Parcela (Stand)	Supraf. (Surface) ha	Nr. arb. (No. tree)	Volumul (mc) (Volume (mc/ha) la hectar	Supraf.terieră în mc. (Basal area (m.c.)
9b pt E	8,58	330	632	44,919
55a pt NE	13,26	316	728	52,235
115a	31,75	322	668	46,044
122a pt E	19,45	335	655	45,109
93a pt V	10,96	330	538	41,990
95e pt N	8,93	287	532	41,198
111a	15,98	421	557	43,853
112 NV	15,92	349	470	38,223
115a	16,15	347	528	40,462
119 a SE	6,72	237	536	38,737
125d	9,98	274	602	42,972
129a S	11,76	341	538	43,238
150b N	30,75	406	547	42,544
159c	6,76	344	470	36,172
174b pt E	20,70	325	506	38,751
172c	12,11	319	481	37,655
134v	16,91	320	459	35,850
149b	14,90	344	401	34,092

diametre se poate constata dela început că la diametrele mici numărul arborilor este mai bine reprezentat, totuși la diametrele mai mari această lege nu se manifestă așa de evident.

Am procedat atunci la formarea claselor de diametre reunind 5 categorii (din 10 în 10 cm); astfel, clasa formată din categoriile 14, 16, 18, 20 și 22 cm cuprinde toți arborii cari au diametrul cuprins între 13,0 cm și 23 cm, ceea ce este conform cu regulile statistice.

Pentru cercetarea structurii arboretelor exploatabile, clasele de 10 cm sunt suficiente, având în vedere marile diametre existente.

Ultima clasă conține ca ultimă categorie pe 100 cm, din tabloul de inventariere; însă se vede că toți arborii de peste 100 cm grosime (diametru terier) au fost trecuți la categoria de 100 cm, ceea ce e un motiv de neprecizie, încă nu unul așa de important,

având în vedere că la această grosime arborii sunt slab reprezentați.

Repartiția numărului de arbori pe clase de diametre astfel formate ne indică o anumită tendință. Pentru a o pune mai clar în evidență, am introdus în loc de numărul absolut al arborilor, repartiția în procente față de numărul total, pe diferite clase de diametre. Din tabloul 2 putându-se da numărul de arbori pe hectar, se poate deduce repartiția numărului de arbori la hectar pe diferite clase de diametre în mod foarte simplu (tabelul 4, n. ed.).

Dăm mai jos noua repartiție a numărului arborilor pe clase de diametre.

Se vede că repartiția numărului de arbori pe diverse clase de diametre urmează o lege precisă: clasa de diametre de 13-23 (dela care s-a început inventarierea) e cea mai bine reprezentată, iar numărul de arbori descrește cu cât crește clasa de diametre.

Vom studia mai întâi repartiția

Tabelul 3. Parcela 9b pt E. Repartiția numărului arborilor pe categorii de diametre
Diameter class distribution, stand 9b pt E

Diam. (Diameter) cm	Numărul arborilor (No. tree)			Diam. (Diameter) cm	Numărul arborilor (No. tree)			Diam. (Diameter) cm	Numărul arborilor (No. tree)		
	Mo	Br	Fag		Mo	Br	Fag		Mo	Br	Fag
14	96	74	81	44	28	26	8	74	9	23	0
16	90	83	83	46	24	34	10	76	3	15	0
18	71	72	71	48	26	31	11	78	5	16	2
20	43	31	39	50	30	25	9	80	2	11	0
22	60	58	45	52	38	29	10	82	0	12	0
24	41	35	24	54	28	24	7	84	1	8	0
26	38	33	24	56	17	50	8	86	1	3	0
28	27	38	13	58	19	40	7	88	3	8	0
30	26	45	18	60	22	23	7	90	0	7	0
32	30	47	22	62	27	31	7	92	0	1	0
34	27	28	21	64	9	30	5	94	0	2	0
36	27	33	18	66	18	24	8	96	0	2	0
38	35	31	15	68	14	18	5	98	0	2	0
40	26	26	20	70	7	30	7	100	0	3	0
42	34	24	11	72	8	19	0	-	-	-	-

Tabelul 4. Repartiția numărului arbori pe clase de diametre din 10 în 10 cm
Diameter class distribution

Parcela (Stand)	Esența (Specie)	Clasa de diametre în cm (Diameter class (cm))								Total	
		13-23	23-33	33-43	43-53	53-63	63-73	73-83	83-93		93-103
9b pt E	Molid	360	162	149	146	113	56	19	5	-	1.010
	Brad	318	198	142	145	178	121	77	27	9	1.205
	Fag	319	101	85	38	36	25	2	-	-	616
	Total	997	461	376	329	327	202	100	32	-	2.831
	%	35,3	16,3	13,3	11,6	11,5	7,1	3,5	1,1	0,3	100,0

numărului total al arborilor, după care vom considera repartiția pe care o manifestă fiecare din cele trei esențe.

Odată ce știm modul de lucru, voi da mai jos tabloul (tabelul 5, n. ed.) repartiției pe procente la diferite clase de diametre a numărului de arbori și, pentru a se vedea deosebiriile ce reies între diferite clase de fertilitate, voi împărți parcelele după aceste clase de fertilitate.

8. Din parcelele arătate, care cuprind un număr de aproape 100.000 arbori, se poate constata că, procentual, repartiția arborilor

pe diferite clase nu variază așa de mult încât să nu ne permită considerarea unei clase de fertilitate cu arborete de vârste egale, ca un colectiv continuu format din toate parcelele (tabelul 6, n. ed.)

Procentul diferitelor clase de diametre pe clase de fertilitate a fost calculat făcând suma claselor de diametre dela toate parcelele, precum și suma numărului total al arborilor pe parcele.

În acest mod se poate constata că procentul primei clase de diametre (și în general, al claselor mai mici), descrește de la o

Tabelul 5. Parcelele cu repartiția numărului arborilor pe clase de diametre
Diameter class distribution

Parcela (Stand)	Numărul total al arborilor în clasa de diam. (Total tree number in the diameter class)									Total
	13-23	23-33	33-43	43-53	53-63	63-73	73-83	83-93	93-103	
	Clasa IV de fertilitate (Feistmantel) (IV site Fertility Class)									
9b E	997	461	376	329	327	202	100	32	9	2.831
55a NE	1.044	759	644	530	439	372	267	76	33	4.175
116a	3.132	1.803	1.515	1.391	1.080	707	347	150	66	10.221
122a E	2.308	1.227	805	694	544	395	251	112	66	6.421
Total	7.481	4.250	3.340	2.944	2.400	1.676	965	370	174	23.648
	Clasa V de fertilitate (V site Fertility Class)									
93a V	1.423	742	465	296	250	193	141	68	40	3.622
95 e N	916	469	338	243	227	165	121	56	32	2.567
111a	2.651	1.329	1.018	818	530	241	73	33	22	6.715
112 NV	2.165	1.003	886	732	432	187	75	39	29	5.549
115a	1.890	1.183	913	748	468	231	90	44	29	5.598
119a SE	480	296	219	174	132	129	95	44	26	1.596
125d	905	484	342	283	261	202	158	71	40	2.771
129a S	1.403	804	561	484	326	238	134	51	10	4.011
150a N	4.785	2.750	2.001	1.481	856	389	173	77	53	12.483
159 C	905	507	391	231	142	81	37	20	12	2.326
174b E	2.469	1.398	989	693	561	358	199	59	20	6.746
Total	19.992	10.965	8.123	6.183	4.185	2.414	1.296	553	313	53.984
	Clasa VI de fertilitate (VI site Fertility Class)									
172c	1.384	756	627	453	312	154	82	45	24	3.866
134a	2.400	987	647	522	393	238	132	74	36	5.129
149e	2.234	1.046	671	506	358	201	72	21	7	5.126
Total	6.018	2.789	1.945	1.481	1.063	593	286	140	67	14.421
										92.053

clasă de fertilitate inferioară la una superioară.

Faptul că, deși studiile se referă la arborete exploatabile cu o vârstă cuprinsă între 100-200 ani, numărul arborilor nu e repartizat prin valori din ce în ce mai dese în jurul unui diametru mediu (ca în cazul curbei de repartitie normală, asupra căreia vom reveni mai la vale), ci, după cum se vede, în mod descrescând, de la diametrul cel mai mic considerat, spre cel mai mare, ne conduce la concluzia că aceste arborete au o structură de caracterul unei păduri virgine, unde clasele de diametre sunt intim amestecate. Mai la vale se va vedea însă că diametrul mediu în funcție de repartitia volumului lemnos pe clase de diametre este diferit de diametrul mediu în funcție de repartitia numărului arborilor, și că acest diametru mediu în funcție de volum este foarte mare, față de dimensiunile obișnuite ale arborilor, așa că ne explică și aspectul acestor

arborete, în care deși arborii subțiri se află în număr mai mare, totuși se pierd în fața ochilor, diametrul mediu după apreciere orientându-se după arborii cei mai groși.

În cele ce vor urma, vom considera, precum am zis mai sus, clasele de fertilitate ca formând fiecare câte un singur colectiv, însă în ce privește numai numărul total al arborilor, urmând ca să revin la repartitia numărului de arbori pe clase de diametre, în cazul diferitelor specii, ceva mai târziu.

9. Legea de repartitie a numărului arborilor pe clase de diametre.

Înainte de a intra în studiul acestei legi, să amintim câteva noțiuni de statistică, elementare.

În repartitia unui colectiv numim variabila în funcție de care studiem repartitia colectivului, argument, iar numerele care reprezintă repartitia pentru diferite valori ale argumentului dau, prin

Tabelul 6. Repartiția numărului de arbori pe clase de diametre în %
The diameter class (%) distribution

Parcela (Stand)	Numărul de arbori în % din numărul total (Total tree number (%) in the diameter class)									Total
	13-23	23-33	33-43	43-53	53-63	63-73	73-83	83-93	93-103	
Clasa IV de fertilitate (Feistmantel) (IV Site Fertility Class)										
9b E	35,3	16,3	13,3	11,6	11,5	7,1	3,5	1,1	0,3	100,0
55a NE	25,8	18,3	15,5	12,7	10,6	8,9	6,4	1,8	0,8	100,0
116a	30,7	17,7	14,9	13,7	10,6	6,9	3,4	1,5	0,6	100,0
122a E	35,9	19,1	12,6	11,8	8,6	6,2	3,9	1,8	1,0	100,0
Media (Average)	31,6	18,0	14,2	12,5	10,2	7,1	4,1	1,6	0,7	100,0
Clasa V de fertilitate (V Site Fertility Class)										
93a V	39,3	20,2	12,9	8,2	6,9	5,4	3,9	1,9	1,2	100,0
95 e N	35,6	18,2	13,1	9,4	8,8	6,3	4,6	2,8	1,2	100,0
111a	39,3	19,6	15,1	12,1	7,8	3,5	6,8	0,5	0,3	100,0
112 NV	39,1	18,0	16,0	13,1	7,8	3,4	1,3	0,8	0,5	100,0
115a	33,7	21,0	16,3	13,2	8,3	4,1	1,6	0,8	0,5	100,0
119a SE	30,1	18,5	13,7	10,9	8,3	8,1	6,0	2,8	1,6	100,0
125d	32,9	17,6	12,5	10,3	9,5	7,4	5,7	2,6	1,5	100,0
129a S	35,0	20,0	14,0	12,1	8,1	5,9	3,3	1,3	0,3	100,0
150a N	38,1	21,8	16,8	9,9	6,1	3,5	1,6	0,9	0,5	100,0
159 C	36,0	19,8	16,3	11,8	8,1	4,1	2,1	1,2	0,6	100,0
174b E	36,6	20,7	14,7	10,3	8,3	5,3	2,9	0,8	0,3	100,0
Media (Average)	37,0	20,3	15,0	11,4	7,7	4,5	2,5	1,0	0,6	100,0
Clasa VI de fertilitate (VI Site Fertility Class)										
172c	36,0	19,8	16,3	11,8	8,1	4,1	2,1	1,2	0,6	100,0
134a	44,3	18,0	11,2	9,7	7,3	4,2	2,4	1,4	0,7	100,0
149e	43,6	20,5	13,2	9,9	7,0	3,9	1,4	0,4	0,1	100,0
Media (Average)	41,8	19,4	13,5	10,3	7,4	4,1	2,0	1,0	0,5	100,0

însurarea lor, mărimea sau masa colectivului.

Legile de repartiție ale diferitelor colective se studiază în comparație cu repartiția erorilor după curba lui Gauss

$$f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \tag{1}$$

(colectivul continuu), și anume (în cazul cel mai general): modul cum se constituie un colectiv pentru studiu, adică formarea de clase (în cazul nostru de diametre) se vede din tabela 3 și tabela 4.

Tabela 3 poartă denumirea de tabelă inițială și conține măsurătorile făcute, iar tabela 4 este tabela de repartiție a colectivului în clasele de diametre din 10 în 10 cm.

Pentru alte detalii, a se consulta cărțile

$$Y = Y_0 e^{-\frac{x^2}{2}} \tag{2}$$

indicate în bibliografie.

Curba de repartiție normală:

$$I. \quad X = \frac{x - M}{\mu} \tag{3}$$

este simetrică în raport cu axa OY, iar notațiile întrebuințate sunt :

unde: x este valoarea argumentului (în exemplul nostru, mijlocul fiecărei clase), M este media aritmetică, iar μ este disper-

$$II. \quad y_0 = \frac{N}{\mu\sqrt{2\pi}} \tag{4}$$

siunea în jurul diametrului mediu, caracte-

rizată prin abaterea medie patrată.

unde: N este masa colectivului (dacă lucrăm cu procente avem $N = 100$).

III. Abaterea medie patrată este

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{N} \sum y_i^{(\alpha-M)}} \quad (5)$$

rădăcina a 2-a din suma momentelor de ordinul 2, în raport de media aritmetică M :

Cu elementele date mai sus, repartiția unui colectiv se poate exprima printr-o relație continuă de felul celei din formula (2).

Totuși, colectivele întâlnite în domeniul științelor practice arată de multe ori un mod de repartiție în jurul mediei aritmetice, care nu e simetric și nici nu crește sau descrește

în aceeași măsură ca în cazul colectivului dat de curba de repartiție normală.

$$\left(\text{având } x = \frac{x-M}{\mu}\right)$$

C. V. L. Charlier dă o relație mai completă,

$$y_0 = \frac{N}{\mu\sqrt{2\pi}}$$

în care se pot încadra toate felurile de repartiție a diferitelor colective:

unde după relația (4) am avut

Coeficientul β_3 e numit coeficientul de asimetrie și ne dă o măsură a acesteia în repartiția colectivului.

Dacă acest coeficient e pozitiv, curba arată o repartiție mai puternică în dreapta

$$y = \frac{N}{\mu} \left[\varphi_0 \left(\frac{x-M}{\mu} \right) + \beta_3 \varphi_3 \left(\frac{x-M}{\mu} \right) + \beta_4 \varphi_4 \left(\frac{x-M}{\mu} \right) \right] \quad (6)$$

unde

$$\varphi_0 \left(\frac{x-M}{\mu} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (7)$$

$$\varphi_3 \left(\frac{x-M}{\mu} \right) = \frac{d^3 \varphi_0 \left(\frac{x-M}{\mu} \right)}{d \left(\frac{x-M}{\mu} \right)^3} = (-x^3 + 3x) Y_0(X) \quad (8)$$

$$\varphi_4 \left(\frac{x-M}{\mu} \right) = \frac{d^4 \varphi_0 \left(\frac{x-M}{\mu} \right)}{d \left(\frac{x-M}{\mu} \right)^3} = (-x^4 - 6x^2 + 3) Y_0(X) \quad (9)$$

făcând înlocuirile de mai sus, avem:

$$y = \frac{N}{\mu\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \left[1 + \beta_3 (-X^3 + 3X) + \beta_4 (X^4 - 6X^2 + 3) \right] \quad (10)$$

axei OY și invers.

Dacă acest coeficient e nul, atunci colectivul arată o repartiție simetrică în

$$\text{asimetria} = \frac{M'3}{\mu^3} = \frac{\sum \frac{1}{N} y_1 (x_1 - M)^3}{\mu^3} \quad (11)$$

jurul mediei aritmetice M .

Ca măsură a asimetriei, prin metoda momentelor se obține:

adică momentul de ordinul 3 al repartiției împărțit prin cubul abaterii patratice.

Coeficientul β_4 ne dă o măsură despre aceia ce am putea-o numi intensitatea de repartiție în jurul mediei aritmetice M și se numește coeficientul de exces.

Dacă acest coeficient β_4 este nul, repartiția decurge ca la curba de repartiție normală (crește și descrește în aceeași măsură). Dacă coeficientul β_4 este pozitiv înseamnă că repartiția colectivului în jurul mediei aritmetice M arată o tendință mai puternică de urcare decât în cazul curbei

$$\text{excesul} = \frac{M'4}{\mu^4} - 3 = \frac{\sum \frac{1}{N} y_1 (x_1 - M)^4}{\mu^4} \quad (12)$$

normale și, invers dacă β_4 este negativ.

Ca măsură a excesului avem:

În cele ce urmează vom determina coeficienții β_3 și β_4 sau prin încercări sau prin formulele date mai sus.

10. În cazul relațiilor de mai sus, suprafața cuprinsă între axa OX și curbă ne dă tocmai cuprinsul colectivului considerat.

Deoarece însă am împărțit diametrele în clase (din 10 în 10 cm), ordonatele în punctele corespunzătoare ne vor da tocmai repartiția pe clase de diametre, așa că nu mai e nevoie să facem vreo integrare; trebuie să ținem seama însă că în toate formulele date, intervalul între clase (10 cm) este luat

ca unitate.

Cu privire la repartiția numărului arborilor pe clase de diametre remarcăm următoarele: prima clasă de diametre e cel mai bine reprezentată, așa că în cazul unei relații matematice, acesta ar fi vârful curbei de repartiție. Avem deci o ramură a curbei și ne lipsește cea din partea stângă.

Pentru a determina elementele caracteristice curbei iată cum vom proceda: considerăm mijlocul primei clase de diametre (18 cm) ca media aritmetică a întregii repartiții - cea reală, pe care o avem și cea închipuită -, pe care nu o avem. Astfel fiind,

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{200}} 2 \sum y_1 (x - M)^2 = \sqrt{\frac{1}{100}} \sum y_1 (\alpha - 18)^2 \quad (13)$$

N este în cazul acesta 200 (procente). În funcție de această medie, determinăm pe μ cu o oarecare aproximație :

considerând suma abaterilor patratice de o parte egală cu cea din ramura cealaltă, ceea

$$y_0 = \frac{200}{\mu \sqrt{2\pi}}$$

$$y = y_0 e^{-\frac{x^2}{2}}$$

ce nu e întotdeauna adevărat.

Determinăm pe μ_0 conform relației:

Valorile funcției sunt date în I pag. 283 pentru valori ale lui x cuprinse între 0,0 și 5,0 (lucrarea lui Czuber-Burkhardt: Die Statistischen Forschungsmethoden).

Pe β_3 și β_4 îl vom determina prin încercări, lipsindu-ne posibilitatea de a determina pe $M'3$ și pe $M'4$.

Am găsit, procedând cum am arătat mai sus, următoarele ecuații, care ne dau repartiția numărului arborilor pe clase de

$$\text{a. cl. IV de fertilitate} \quad y = 28,9e^{-\frac{x^2}{2}} \left[1 - 0,2(-x^3 + 3x) - 0,05(x^4 - 6x^2 + 3) \right] \quad 10.1$$

$$\text{b. cl. V de fertilitate} \quad y = 32,6e^{-\frac{x^2}{2}} \left[1 - 0,15(-x^3 + 3x) - 0,1(x^4 - 6x^2 + 3) \right] \quad 10.2$$

$$\text{c. cl. VI de fertilitate} \quad y = 34,3e^{-\frac{x^2}{2}} \left[1 - 0,25(-x^3 + 3x) - 0,05(x^4 - 6x^2 + 3) \right] \quad 10.3$$

$$X = \frac{x - 18}{\mu}$$

diametre:

În aceste ecuații am avut: unde x este mijlocul clasei de diametre considerată.

Dau mai jos tabloul care cuprinde datele calculate alături de cele determinate de fapt (tabelul 7, n. ed).

b. Bradul. În opoziție cu fagul, bradul arată o repartiție foarte puternică la diametrele mari. Curba repartiției arată mai ales în clasele de fertilitate mai bune (ex: cl.IV-a) un al doilea maximum cuprins între clasele de diametre 44-52 și 64-72, ceea ce

vom vedea din studiul curbei.

c. Molidul. Ocupă un loc intermediar între cele două esențe de mai sus.

De la clasa de fertilitate V în jos, toate trei esențele molid, fag și brad, arată o repartiție descrescând regulat, observându-se totuși la brad clasele de diametre mari mai puternic reprezentate decât la molid și fag.

Dăm mai jos tabloul cu repartiția procentuală pe clase de diametre a numărului arborilor pe specii și pe clase de fertilitate, (tabelul 8, n. ed.) unde am calculat procentele fiecărei clase de diametre din numărul total al arborilor dintr-o specie pe câte o întregă clasă de diametre considerată.

Din acest tablou se văd clar cele expuse mai sus.

Din diagramele alăturate se vede repartiția fiecărei esențe în cele trei clase de

Tabelul 7. Repartiția numărului arborilor pe clase de diametre calculată după funcțiile (10.1, 10.2, 10.3)
The diameter class distribution, based on the relationships 10.1, 10.2, 10.3

Mijlocul clasei de diam. (Middle of the diameter class)	Numărul arborilor în % din numărul total în clasa de fertilitate (Trees number (%) from the total number in the site fertility class)					
	IV ($\mu=2,75$)		V ($\mu=2,44$)		VI ($\mu=2,32$)	
	Determinat (Determined)	Calculat (Calculated)	Determinat (Determined)	Calculat (Calculated)	Determinat (Determined)	Calculat (Calculated)
18	31,6	24,0	37,0	29,7	41,8	29,2
28	18,0	18,7	20,3	22,8	19,4	18,9
38	14,2	13,4	15,0	14,8	13,5	13,3
48	12,5	11,9	11,4	12,3	10,3	11,7
58	10,2	10,1	7,7	9,5	7,4	9,3
68	7,1	8,0	4,5	6,1	4,1	6,7
78	4,1	4,0	2,5	3,3	2,0	3,6
88	1,6	2,8	1,0	1,1	1,0	1,3
98	0,7	1,2	0,6	0,7	0,5	0,4

Tabelul 8. Repartiția procentuală pe specii și pe clase de fertilitate
Trees number (%) from the total trees number in relation with species and fertility classes

Clasa de diam. (Diameter Classes)	Procente din numărul total al speciei din: (Trees number (%) from the total number in the site fertility class)								
	cl. IV-a de fertilitate (IV site Fertility Class)			cl. V-a de fertilitate (V site Fertility Class)			cl. VI-a de fertilitate (VI site Fertility Class)		
	Mo	Br	Fag	Mo	Br	Fag	Mo	Br	Fag
13-23	26,5	19,0	52,7	36,9	29,5	47,0	42,6	31,4	48,5
23-33	18,6	14,7	21,3	19,8	18,8	22,0	19,25	19,1	19,8
33-43	18,2	12,5	12,2	15,7	15,0	14,5	12,9	13,1	14,8
43-53	17,0	13,1	7,2	12,8	12,3	9,1	10,9	10,8	9,1
53-63	11,4	14,3	3,9	8,0	9,9	4,3	7,8	9,8	4,9
63-73	5,9	12,1	2,2	3,9	6,8	2,2	4,2	6,8	2,0
73-83	1,9	8,6	0,8	2,1	4,2	0,7	1,8	4,4	0,6
83-93	0,4	3,8	0,1	0,6	2,1	0,2	0,4	3,0	0,2
93-103	0,1	1,8	0,1	0,2	1,4	0,0	0,2	1,6	0
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

fertilitate întâlnite.

nesiguranță.

În afară de aceasta am determinat ecuațiile curbelor (10) pentru fiecare din a. pentru molid ($\mu=2,58$)

Dau și graficele acestor repartiții.

Voiu reveni mai târziu asupra mediei

$$y = 30,8 \left[1 - 0,1(-x^3 + 3x) - 0,065(x^4 - 6x^2 + 3) \right] e^{\frac{-x^2}{2}} \quad 10.a$$

b. pentru brad ($\mu=3,65$)

$$y = 21,8 \left[1 - 0,075(-x^3 + 3x) - 0,1(x^4 - 6x^2 + 3) \right] e^{\frac{-x^2}{2}} \quad 10.b$$

c. pentru fag ($\mu=1,71$)

$$y = 46,5 \left[1 - 0,25(-x^3 + 3x) - 0,02(x^4 - 6x^2 + 3) \right] e^{\frac{-x^2}{2}} \quad 10.c$$

cele 3 esențe pentru clasa de fertilitate IV, acestea fiind mai caracteristice mai ales pentru brad.

Din reprezentarea grafică (fig.1, n.ed.) se pot vedea diferențele de repartiție între cele trei esențe.

Ecuațiile sunt (cl. IV de fertilitate):

iar rezultatele sunt date în tabloul următor (tabelul 9, n. ed.).

Valorile obținute prin formulele stabilite sunt foarte apropiate de cele reale, în afară de prima clasă; diferența la această clasă se justifică prin faptul că în considerațiunile noastre nu am putut dispune decât de o singură ramură a curbelor (10), ceea ce din punct de vedere teoretic e un motiv de

aritmetice M și asupra abaterei patratice în funcție de repartiția numărului arborilor în cazul repartițiilor reale (aceste medii aritmetice diferă de $M=18$ cm, considerată în cazul nostru numai pentru a putea determina ecuația curbei). Vreau să spun câteva cuvinte asupra modului de repartiție a fiecărei specii.

11. Repartiția numărului arborilor pe clase de diametre la diferite specii.

Cele trei specii nu se acomodează în mod egal curbelor stabilite, ci fiecare manifestă o comportare caracteristică pentru viața lor în arboret.

a. Fagul. Numărul arborilor descrește după clasele de diametre la această specie mult mai repede decât în cazul numărului

Tabelul 9. Repartiția pe esențe în cl. IV-a de fertilitate
Diameter class distribution on species, site fertility class IV

Mijlocul clasei de diam. (Middle of the diameter class)	Molid (Norway spruce)		Brad (Silver fir)		Fag (Beech)	
	Determinat (Determined)	Calculat (Calculated)	Determinat (Determined)	Calculat (Calculated)	Determinat (Determined)	Calculat (Calculated)
18	26,5	24,3	19,0	15,3	52,7	43,6
28	18,6	21,0	14,7	14,3	21,3	23,1
38	18,2	18,6	12,5	14,2	12,2	12,5
48	17,0	16,0	13,1	14,8	7,2	11,4
58	11,4	11,9	14,3	13,7	3,9	4,1
68	5,9	6,9	12,1	10,9	2,2	3,0
78	1,9	3,1	8,6	8,9	0,8	0,8
88	0,4	0,3	3,8	5,7	0,1	0,2
98	0,1	0,2	1,8	3,0	0,1	0,01

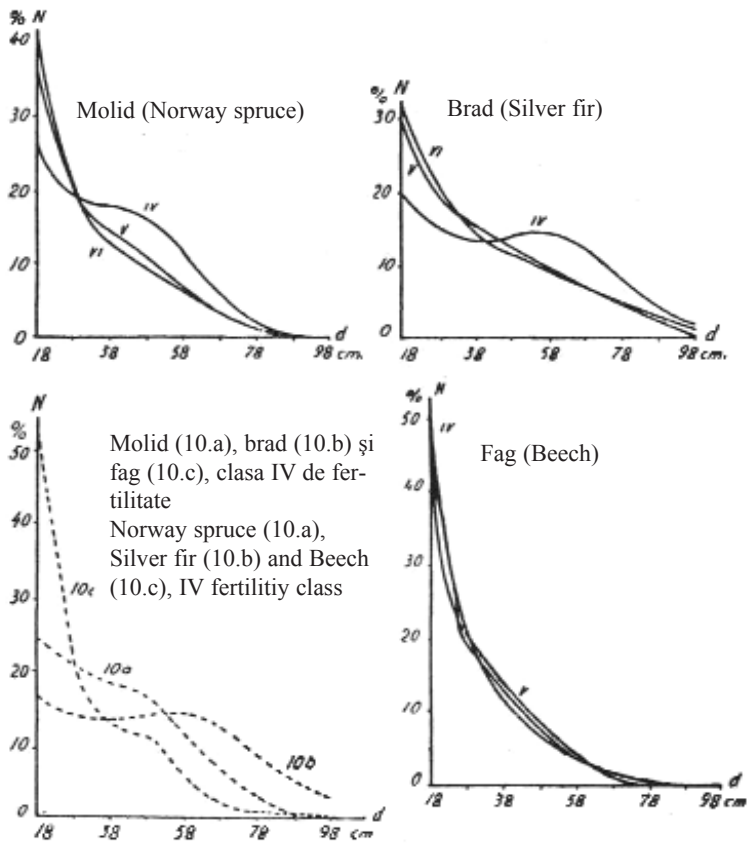


Fig. 1. Repartiția procentuală a nr.de arbori (%) pe categorii de diametre, în raport cu speciile și clasele de fertilitate
Diameter class distribution (%) on species and site fertility class

total de arbori, putându-se constata că fagul este foarte slab reprezentat în clasele mari, deci nu atinge dimensiuni așa de mari ca rășinoasele.

Cu aceste date încheiu prima parte a acestui studiu, urmând să reviu asupra suprafeței teriere și volumului acestor arborete, cu care ocazie voi da lămuriri mai interesante în ce privește diferitele medii aritmetice precum și asupra semnificației lui μ .

Pe lângă relațiile numerice stabilite mai sus, din acest studiu se poate desprinde importanța cercetărilor statistice asupra elementelor arboretelor, precum și claritatea cu care se manifestă diferite caracteristici intime ale arboretelor supuse acestor cercetări.

between 100-200 years, pure or mixed from species Norway spruce, Silver fir, Beech, in total 200,000 records. The analyzed stands were grouped based on Feistmantel class fertility and the basic analysis were the distribution of tree diameters, for these tree species and fertility classes. were computed the theoretical distribution for the diameter classes, using the Charlier approach.

Keywords: diameter class distribution, Norway spruce, Silver fir, Beech, Charlier distribution, Eastern Carpathians

Bibliografie

- Czuber-Burkhardt, 1938. Die Statistischen Forschungsmethoden. Wien
 Manfred Naslund, 1936. Skogsforsoksanstaltens gallringsforsok i tallskog. Stokholm
 Amenajamentul ocolului silvic Ostra - Fond. Bis. 1936-1945.

Summary

(by editorial office)

Structure of some exploitable forest stands from the mountainous area

The paper presents one of the first scientific works of the prof. dr. dr. h. c. Michail Prodan, published in the Romanian forestry journal "Viața forestieră" ("The forestry life"), in 1940, before starting his prodigious career in Germany. The used data - as in some of his next papers - are from the forest inventories performed in the forest districts of the Romanian Orthodox Religion Found from Bucovina (Eastern Carpathians) with the occasion of the forest management plans renewal. Some details: (natural, almost primeval) forest stands